

Examen ARC 1

Janvier 2003

DUREE : 3h - Documents et calculatrices non autorisés

PARTIE A : (11 points)

Exercice n°1 : Représentation des nombres et arithmétique (4 points)

1) Convertir les nombres suivants en base 2, en faisant clairement apparaître la méthode que vous utilisez (1 point) : $473_{(10)}$; $376_{(8)}$

2) Effectuer les opérations suivantes (2 points) :

$1101101011_{(2)}$	$11011000_{(2)}$	$537_{(8)}$	$5B7_{(16)}$
$+ 011111110_{(2)}$	$- 1101110_{(2)}$	$+326_{(8)}$?	$-3DF_{(16)}$?

3) Arithmétique DCB (2 points) :

Donner la représentation DCB de $568_{(10)}$ et $785_{(10)}$.

Rappeler les règles d'addition en DCB. Quelle est la correction à apporter lorsque le résultat d'une opération est >9 ? Effectuer l'opération suivante, en DCB : $2778_{(10)} + 4357_{(10)}$

Exercice n°2 : Simplification de fonctions logiques (2 points)

Démontrer, à l'aide des propriétés de l'algèbre de Boole que :

1) $A + \overline{A}B = A + B$ (démontrez cette propriété qui a été admise jusqu'à maintenant)

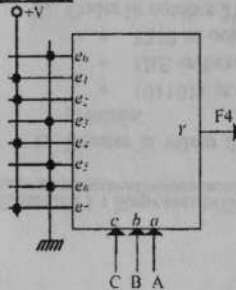
Simplifier les équations suivantes :

2) $(A + B)(\overline{A} + B)$

3) $A.(A + B)$

4) $(\overline{a} + \overline{b}) + (\overline{a} + b).c$

Exercice n°3 : Réalisation d'une fonction logique à l'aide d'un multiplexeur (2 points)



Voici la fonction $F4(C, B, A)$ qui utilise un multiplexeur 8 vers 1 (+V est la tension +5V qui correspond au niveau logique 1, et la masse correspond au niveau logique 0)

Les entrées C, B et A ont les pondérations respectives 4, 2 et 1.

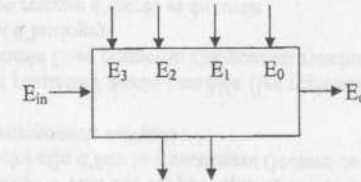
1. Ecrire l'équation de $F4$.

2. Ecrire $F4$ selon la première forme canonique « Somme de produits » (les 3 variables, doivent apparaître dans chaque produit, sous forme normale ou complémentée).

3. Quel nom usuel donne-t-on à la fonction $F4$.

Exercice n°4 : Encodeur de priorité (3 points)

Soit un dispositif combinatoire à 5 lignes d'entrée ($E_{in}, E_0, E_1, E_2, E_3$) et 3 lignes de sortie (A, B, E_{out}).



Le fonctionnement est le suivant :

- Lorsqu'une seule ligne d'entrée, parmi E_0, E_1, E_2, E_3 , se trouve au niveau haut, son numéro est codé en binaire sur les sorties BA.
- Si plusieurs lignes sont simultanément au niveau haut, on code le numéro le plus élevé.
- Si toutes les lignes d'entrée (E_0 à E_3) sont au niveau bas, on code BA=00, mais on signale par $E_{out}=1$ que ce code n'est pas valide. Dans les autres cas, $E_{out}=0$.
- Le fonctionnement décrit jusqu'ici s'observe lorsque $E_{in}=1$. Si $E_{in}=0$, on obtient $B=A=E_{out}=0$.

1) Compléter la table de vérité du dispositif. Cette table ayant 32 lignes, on a cherché à condenser la présentation (une entrée E_i mise à x veut dire, quelque soit la valeur de E_i).

E_{in}	E_0	E_1	E_2	E_3	B	A	E_{out}
0	x	x	x	x			
1	0	0	0	0			
1	x	x	x	1			
1	x	x	1	0			
1	x	1	0	0			
1	1	0	0	0			

2) Etablir les équations logiques des sorties A, B, E_{out} . Montrer que l'égalité suivante est vraie :

$$E_{out} = \overline{E_{in}} + E_0 + A + B$$

3) Montrer que l'on peut câbler les équations en utilisant au maximum 2 boîtiers 7402 (4 portes NOR à 2 entrées) et 1 boîtier 7432 (4 portes OU à 2 entrées).

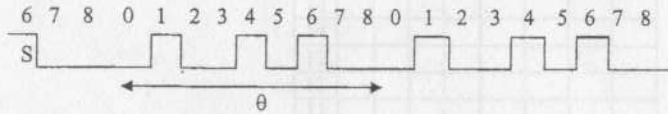
CHAP 10

PARTIE B (9 points)

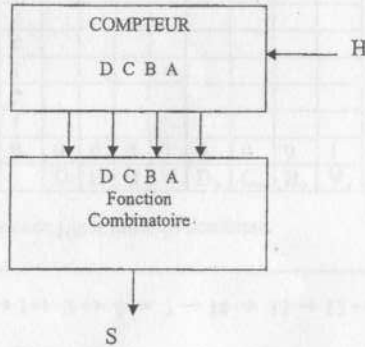
Les exercices 1 et 2 sont indépendants.

Exercice n°1 (3 points) : Synthèse d'un signal au moyen d'un compteur et d'une fonction combinatoire:

On désire réaliser le signal S ci-dessous à partir d'une horloge H de période T. S est de période $\theta = 9T$.



Une solution consiste à réaliser un compteur modulo 9 associé à une fonction combinatoire ayant pour rôle de délivrer le signal S. Dans ce problème, seule la partie combinatoire est à étudier.



Soient D, C, B et A les sorties de ce compteur, de poids respectifs 8, 4, 2, 1.

Celui-ci est réalisable avec des bascules JK moyennant les équations :

$$J_D = CBA, J_C = BA, J_B = A, J_A = /D$$

$$K_D = 1, K_C = BA, K_B = A, K_A = 1$$

NB : Ces équations ne sont ici d'aucune utilité, tant pour l'exercice n°1 que pour l'exercice n°2.

Pour la partie combinatoire, une solution parmi d'autres, que nous allons étudier est :

$S(D,C,B,A) = 1$ pour les combinaisons de poids (1,4,6) et $S(D,C,B,A) = X$ (fonction indéterminée) pour les combinaisons de poids (9,10,11,12,13,14,15).

1) Ecrire S sous la 1^{ère} forme **canonique** (somme de produits). Vous indiquerez clairement les blocs retenus dans le tableau de Karnaugh pour cette expression et dessinerez votre réalisation de S à l'aide d'opérateurs NAND.

BA	00	01	11	10
DC				
00				
01				
11				
10				

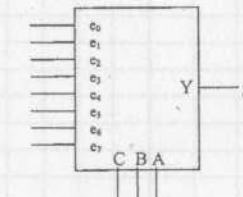
2) Ecrire S sous la 2^{ème} forme **canonique** (produit de sommes). Vous indiquerez clairement les blocs retenus dans le tableau de Karnaugh pour cette expression et dessinerez votre réalisation de S à l'aide d'opérateurs NOR.

BA	00	01	11	10
DC				
00				
01				
11				
10				

3) Une autre réalisation de S peut être obtenue à partir d'un seul multiplexeur 8 vers 1 d'équation :

$$Y = \overline{CB}Ae_0 + \overline{CB}Ae_1 + \overline{CB}Ae_2 + \overline{CB}Ae_3 + \overline{CB}Ae_4 + \overline{CB}Ae_5 + \overline{CB}Ae_6 + \overline{CB}Ae_7$$

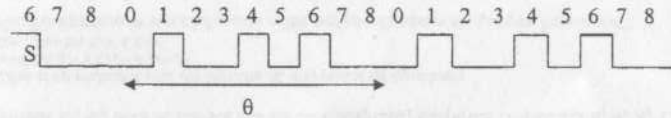
Dessiner ci-dessous votre réalisation en justifiant votre décomposition.



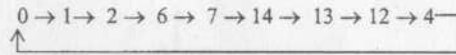
CHAP 10

Exercice n°2 (6 points) : Synthèse directe d'un signal par l'emploi d'un compteur:

On désire réaliser le signal S ci-dessous à partir d'une horloge H de période T. S est de période $\theta = 9T$.



Une solution alternative à celle proposée en première partie est de réaliser un compteur délivrant directement ce signal sur une de ses sorties. La séquence de comptage suivante est une solution possible - il peut en exister de meilleures - ou S sera donné par la sortie A, bit de poids faible du compteur.



1) Compléter la table ci-dessous avec l'état futur du compteur.

	D	C	B	A	D ⁺	C ⁺	B ⁺	A ⁺
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								

- Donner les 4 tableaux de Karnaugh correspondant à D⁺, C⁺, B⁺, A⁺. En déduire les équations donnant l'état futur des bascules en fonction de l'état présent.
- Donner l'équation caractéristique de la bascule JK ou de la bascule D
- Déduire des questions 2 et 3, les entrées J et K (J_D, K_D, J_C, K_C, J_B, K_B, J_A, K_A) ou D (D_D, D_C, D_B, D_A) des bascules avec lesquelles vous choisissez de concevoir le compteur.
- Donner le schéma du compteur.
- Etude des états hors cycle : remplir la table suivante en utilisant les équations de la question 2). La dernière colonne correspond à la valeur décimale de l'état futur du compteur.

Etat présent	D	C	B	A	D ⁺	C ⁺	B ⁺	A ⁺	Etat futur
0	0	0	0	0	0	0	0	1	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									

Représenter le graphe des états de ce compteur. Quelles sont vos conclusions ?

7) Représenter, sur un chronogramme (5 lignes représentant les variations de l'horloge H, et de D, C, B, A), l'état des sorties du compteur, lorsque celui-ci est initialisé dans l'état 15₍₁₀₎.



CHAP 10