

# IFSIC

INSTITUT DE  
FORMATION  
SUPÉRIEURE  
en INFORMATIQUE et COMMUNICATION

Université de Rennes I

DIIC 1<sup>ère</sup> année

## Contrôle continu n°1

### MAT1

Lundi 17 octobre 2005

Durée : 2 heures

Cours autorisé

Calculatrice interdite

Tous les exercices sont indépendants.

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation

#### Exercice 1 :

Soit les affirmations :

- Si Paul plante des salades, alors s'il n'arrose pas, elles ne vont pas pousser.
- Si les salades ne poussent pas et si le chat dort dans le potager, alors Paul est triste.
- Si Paul aime jardiner, alors le chat dort dans le potager et Paul n'est pas triste.

- Exprimer ces trois affirmations au moyen de connecteurs et de propositions.
- Montrer qu'on peut en déduire que "si Paul plante des salades et s'il n'arrose pas, alors il n'aime jardiner".
- Donner la négation de (b) sans commencer par "il est faux que..."

#### Exercice 2 :

- Soit  $P(n)$  le prédicat  $\{9 \text{ divise } 10^n - 1\}$   
 $Q(n)$  le prédicat  $\{9 \text{ divise } 10^n + 1\}$

- Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, P(n) \Rightarrow P(n+1)$ . A-t-on  $\forall n \in \mathbb{N}, P(n)$  ?
- Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, Q(n) \Rightarrow Q(n+1)$ . A-t-on  $\forall n \in \mathbb{N}, Q(n)$  ?

3. On se place maintenant dans le cas. Soit l'ensemble des lettres de l'alphabet, A l'ensemble des voyelles, et B l'ensemble des 20 consonnes ( $n_1 + n_2 = n$ ).

Déterminer le nombre de mots différents que l'on peut écrire avec 5 lettres dont 3 consonnes et 2 voyelles dans les deux cas suivants :

- toutes les lettres sont distinctes
- toutes les lettres sont quelconques (*question bonus, hors barème...*)

#### Exercice 4 :

On considère la relation binaire définie sur  $\mathbb{Z}$  par :

$$a \mathfrak{R} b \Leftrightarrow a^2 \equiv b^2 \pmod{5}$$

- Montrer que  $\mathfrak{R}$  est une relation d'équivalence sur  $\mathbb{Z}$
- Déterminer la classe d'un élément  $a$  de  $\mathbb{Z}$ .
- Donner la classe de 0, la classe de 1. Combien y a-t-il de classes ? (donner l'ensemble des classes)
- Etant donné deux entiers  $a$  et  $b$  quelconques, a-t-on  $\overline{a + b} = \overline{a} + \overline{b}$  ?

#### Exercice 5 :

- Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation  $x^2 - 5x - 11 \equiv 0 \pmod{17}$
- Donner l'inverse de 7 dans  $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ .
- Quels sont les éléments inversibles de  $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$  ?