Université Rennes 1.
Février 1997
Magistére Matériaux 1ère année

Mécanique quantique
(Une feuille de notes format A4 autorisée)
(calculettes interdites)
Durée : 1h.30

I - Puits infini à une dimension.

1- On considère une particule de masse m dans le puits défini par:

$V(x) = 0$ pour $0 \leq x \leq L$

$V(x) \infty$ pour $x > L$ et $x < 0$.

Quelles sont toutes les conditions auquelles doivent satisfaire les fonctions d'onde $\Phi(x)$? Etablir l'expression des énergies, des fonctions d'ondes et des probabilités de présence au point x pour les états possibles de la particule. Représenter les fonctions d'onde et les probabilités associées en fonction de x pour les trois premiers niveaux d'énergie possibles.

2- On suppose maintenant que le puits est défini par:

$V(x) = 0$ pour $-L/2 \leq x \leq L/2$

$V(x) \infty$ pour $|x| > L/2$.

- Ecrire les solutions générales de l'équation de Schroedinger stationnaire dans ce puits.

- Etablir les deux équations découlant des conditions à satisfaire en $\pm L/2$.

- A partir de ces équations montrer que les énergies sont les mêmes que dans la question précédente.

- Donner la forme analytique des fonctions d'ondes pour les différents niveaux d'énergie possibles.

- En traçant les fonctions d'ondes en fonction de x pour les trois premiers niveaux, montrer qu'elles correspondent aux mêmes états physiques que ceux de la question 1.

II - Oscillateur harmonique.

On rappelle que l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique quantique à une dimension:

$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$

admet des états liés discrets d'énergies: $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ dont les fonctions d'onde sont: $\phi_n(x) = H_n(x)\, e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$, où $H_n(x)$ est un polynôme de degré n.

On considère un système de deux oscillateurs harmoniques identiques mais couplés, dont l'hamiltonien classique est:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x_1^2 + \frac{p_2^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x_2^2 + \frac{1}{2}k(x_1 - x_2)^2$$

o'u k est la constante de couplage.

1- Pour se ramener au système du centre de masse, on effectue les changements de variable suivants:

$X = \frac{x_1+x_2}{2}$

$x = x_1 - x_2$

$P = 2m\dot{X}$

[redacted]