Université de Rennes I
Janvier 2002
Magistère Matériaux 1ère année

Physique Quantique
(Une feuille de notes format A4 autorisée)
Durée : 2H

I

Donner l'expression de l'opérateur associé au moment cinétique orbital $\vec{L}$. On définit les opérateurs $L_+ = L_x + iL_y$ et $L_- = L_x - iL_y$. Calculer les commutateurs $[L^2,L_+]$, $[L^2,L_-]$, $[L_z,L_+]$ et $[L_z,L_-]$.

Rappel : $[L_x,L_y] = i\hbar L_z$

II

Des particules de masse m se déplacent sur un axe (0x) et sont soumises à un champ de force qui dérive d'une énergie potentielle V(x). On considère le cas particulier pour lequel V(x) est infinie pour $x < 0$ et $x > a$ et nulle pour $0 \leq x \leq a$.

1) Quel est l'intérêt physique d'étudier ce système ? Montrer que l'énergie est quantifiée et donner son expression. Quelle est la nature du mouvement des particules ?

2) Dans la molécule d'hexatriène C_6H_8, il y a trois liaisons π qui impliquent six électrons. On admet que ces électrons se trouvent dans un puits de potentiel infini de largeur a = 7.3 Å. Calculer la longueur d'onde, prévue par ce modèle, du rayonnement électromagnétique susceptible de faire passer le système d'électrons π de la molécule de la configuration fondamentale à la première configuration excitée. Comparer le résultat à la valeur expérimentale λ = 2580 Å.

Constantes : masse de l'électron $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
constante de Planck : $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J.s
vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

III

Un oscillateur harmonique à une dimension est constitué par une particule de masse m et de charge q dont l'énergie potentielle s'écrit $V(x)=1/2m\omega^2x^2$.

1) Donner sans démonstration l'hamiltonien correspondant et les énergies propres de la particule.

2) La particule est maintenant plongée dans un champ électrique uniforme E parallèle à l'axe (0x). Donner la nouvelle expression de l'hamiltonien. En faisant un changement de variable judicieux ($X = x - x_1$, x_1 étant une constante que l'on définira), montrer que l'on peut obtenir les énergies propres correspondantes.

IV

1) On considère un oscillateur harmonique classique à une dimension. Sa position en fonction du temps est donnée par $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$; l'amplitude A et la pulsation ω sont fixées tandis que la phase ϕ est une variable aléatoire, c.a.d. qu'elle prend une valeur quelconque entre 0 et 2π.

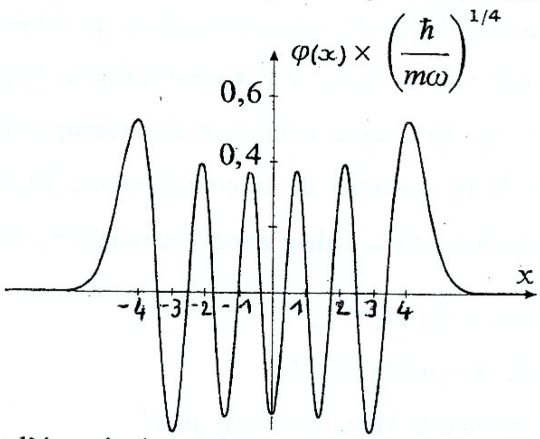
a) Quelle est la probabilité $f(\phi)d\phi$ de trouver la phase comprise entre ϕ et $\phi+d\phi$?

b) $W_c(x)dx$ est la probabilité à l'instant t de trouver l'oscillateur en point d'abscisse comprise entre x et x+dx. Exprimer $W_c(x)dx$ en fonction de $f(\phi)d\phi$.

c) Tracer la courbe de $W_c(x)$ en fonction de x.

d) Donner l'expression de l'énergie totale de l'oscillateur harmonique.

2) On considère maintenant un oscillateur harmonique quantique dont l'allure de la fonction d'onde $\varphi(x)$ d'un état stationnaire est donnée par la figure ci-dessus.



a) Quelle est l'énergie de cet état stationnaire ?

b) Donner l'allure de la densité de probabilité de présence $W_q(x)$.

c) Dans quelles conditions la densité de probabilité de présence $W_q(x)$ d'un état quantique quelconque évolue vers $W_c(x)$? Représenter, dans ce cas limite, l'allure de $W_q(x)$ en comparaison à celle de $W_c(x)$.