UNIVERSITE DE RENNES 1, ESIR1 Lundi 12 Avril 2010

CC (rattrapage) en **Probabilités-Statistique** (sur cours JJ Bellanger)

Durée :1h30
Documents autorisés : résumés pdf de cours distribués, 1 feuille A3 R+V notes personelles

Exercice 1

On considère l'expérience aléatoire consistant à lancer simultanément 3 pièces de monnaie P_1, P_2, P_3. On introduit les VA $Y_1 = X_1 + X_2 + X_3$ et $Y_2 = X_1 + X_3$ où les 3 VA X_1, X_2, X_3 sont définies par :

$X_1 = 1$ si P1 montre pile et $X_1 = -1$ sinon

$X_2 = 2$ si P2 montre pile et $X_2 = -2$ sinon

$X_3 = a$ si P3 montre pile et $X_3 = -a$ sinon ($a > 2$ est un réel positif).

Les résultats des 3 pièces sont supposés mutuellement indépendants.

1) Les VA Y_2 et X_2 sont elles indépendantes ? On pourra se contenter de donner un argument intuitif.

2) Calculer les valeurs moyennes de Y_1 et de $Z = Y_1 Y_2$.

3) donner la loi de probabilité (ici une distribution de probabilité) de la VA $T = Y_1 + Y_2$ et représenter la fonction de répartition correspondante.

Exercice 2

1) Proposez un code Matlab permettant de générer 1000 tirages indépendants d'une variable aléatoire suivant une même loi uniforme entre -1 et 1, et de représenter un histogramme pour ces tirages.

2) On se propose d'appliquer la méthode d'inversion de la fonction de répartition pour générer des nombres aléatoires suivant une loi de fonction de répartition définie par :

$$F(x) = x^2, x \in [0,1];\ F(x) = 0, x < 0;\ F(x) = 1, x > 0,$$

et ceci sous la forme $X = h(U)$, où U est une variable aléatoire de loi uniforme sur $[0,1]$.

2.1) Déterminer la fonction h.

2.2) Proposez un code Matlab permettant de générer 1000 tirages indépendants de cette variable aléatoire.

CC (rattrapage) en **Probabilités-Statistique** (sur cours JJ Bellanger)

Exercice 3

La durée X nécessaire au traitement d'une tâche sur un processeur (commencée en $t = 0$) est considérée comme étant aléatoire, de loi exponentielle avec un paramètre $a \in \mathbb{R}^+$, i.e. de densité $p_X(x) = a\exp(-ax)1_{x\geq 0}, x \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que sur $\mathbb{R}^+$ la fonction de répartition de X a pour expression $F_X(x) = 1 - \exp(-ax)$.

2) Montrer que $E(X) = 1/a$.

3) Montrer que la probabilité pour que $X < t_0 + d, d > 0$, conditionnelle à ce qu'en $t = t_0 \geq 0$ la tâche ne soit pas encore terminée, ne dépend pas de d.

4) On suppose ici que la même tâche est lancée (simultanément en $t = 0$) sur 2 processeurs P1 et P2 et que les durées d'exécution X_1, X_2 correspondantes sont modélisables sous la forme de deux variables aléatoires indépendantes, chacune de loi exponentielle, de paramètres respectifs $a_1 \in \mathbb{R}^+, a_2 \in \mathbb{R}^+$. On récupère les résultats dès l'instant où un des deux processeurs à terminé son exécution. Notant Y la VA correspondant à cet instant, donner la fonction de répartition de Y ainsi que sa densité de probabilité.