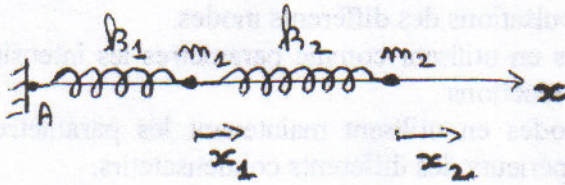


Oscillations libres



Considérons le système de masses et de ressorts schématisé sur la figure ci-contre. Les deux masses m_1 et m_2 correspondent à deux anneaux, assimilables à des masses ponctuelles, enfilés sur une tige horizontale.

Les deux ressorts ont des constantes de raideur k_1 et k_2 et l'extrémité A du premier ressort est fixe. On met le système en oscillations longitudinales libres à l'aide d'une perturbation initiale. Le mouvement est supposé sans frottement.

- 1) Ecrire les équations du mouvement des deux masses. On désignera par x_1 et x_2 les déplacements des masses m_1 et m_2 par rapport à leurs positions au repos.
- 2) Dans le cas où $m_1 = m_2$ et $k_1 = k_2$ calculer la pulsation et la forme des différents modes.

Systèmes ayant un grand nombre de degrés de liberté

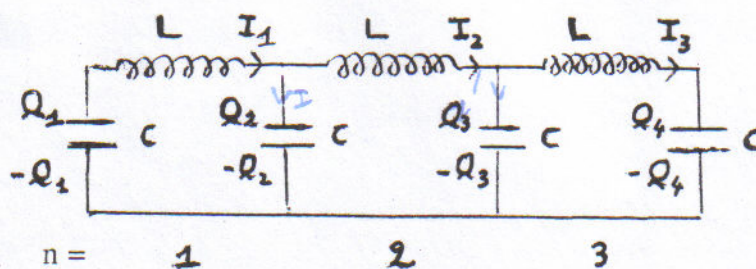
I) Vibrations longitudinales d'une chaîne d'atomes

Considérons une chaîne de N atomes identiques, de masse m , séparés à l'équilibre par une distance a (paramètre du réseau) et interagissant entre plus proches voisins par l'intermédiaire d'une force élastique de constante K . La relation de dispersion dans le cas d'oscillations longitudinales est donnée par la relation $\omega(k) = 2\sqrt{\frac{K}{m}} \sin \frac{ka}{2}$.

- 1) Quelles sont les propriétés caractéristiques de cette relation de dispersion ?
- 2) Quelles informations peut-on tirer de la relation de dispersion ?
- 3) Qu'appelle-t-on "limite de l'approximation continue" et quelles sont les propriétés de la courbe de dispersion à l'intérieur de cette limite ?

II) Circuits couplés

- 1) A partir des relations d'équivalence usuelles entre les systèmes mécaniques et électriques établir la relation de dispersion d'une suite N de circuits couplés.
- 2) Peut-on attribuer au paramètre a une signification physique ? Expliciter.
- 3) Plaçons nous dans le cas où $N = 3$.



.../...

Chaque circuit est repéré par son indice n . La solution des équations du mouvement dans un mode donné de vecteur d'onde k est fournie par l'expression :

$$I_n(t) = \cos(\omega t + \varphi) [A \sin(kna) + B \cos(kna)]$$

Cette expression ne tient pas compte des conditions aux limites. Comment pouvez-vous exprimer les conditions aux limites lorsque $N = 3$? Que devient I_n lorsque vous prenez en compte ces conditions aux limites.

- 4) Déterminer les vecteurs d'onde et les pulsations des différents modes.
- 5) Donner la forme des différents modes en utilisant comme paramètres les intensités I_n des courants dans les différentes self-inductions.
- 6) Exprimer la forme des différents modes en utilisant maintenant les paramètres Q_i représentant la charge des plateaux supérieurs des différents condensateurs.