UNIVERSITE DE RENNES I
UFR – SPM

MAGISTERE MATERIAUX
MARDI 20 JANVIER 2004

Ondes et vibrations

Contrôle Continu : 2 h

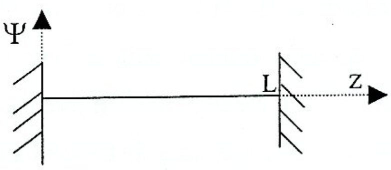
(Aide mémoire autorisé : 1 feuille 21 x 29,7)

I) OSCILLATIONS TRANSVERSALES DE CORDES VIBRANTES

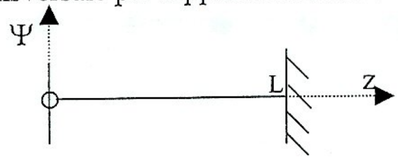
Considérons une corde vibrante de longueur **L** et de masse linéique ρ. La relation de dispersion pour les oscillations transversales est donnée par : $\omega = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\, k$ où **T** correspond à la tension de la corde à la position d'équilibre.

1) Déterminer l'équation $\Psi(z,t)$ exprimant, dans un mode donné, le déplacement transversal de la corde en tenant compte des conditions aux limites suivantes :

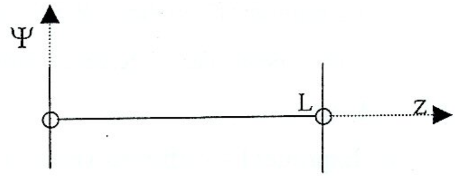
a) Les deux extrémités de la corde sont fixes.



b) La première extrémité est libre, la deuxième est fixe. La tension de la corde est obtenue grâce à un anneau de masse nulle fixé à la première extrémité et glissant sans frottement sur une tige placée en position transversale par rapport à la corde.



b) Les deux extrémités sont libres.



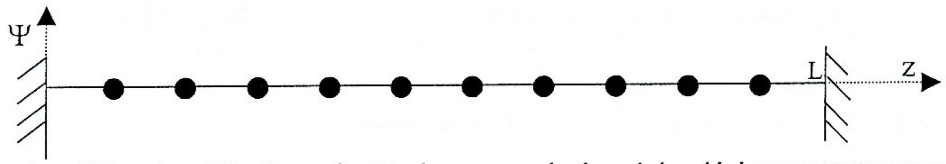
2) En déduire la longueur d'onde, la pulsation et la forme des trois premiers modes lorsque la première extrémité est libre, la deuxième étant fixe.

…/…

II) OSCILLATIONS TRANSVERSALES DE CORDES PLOMBEES

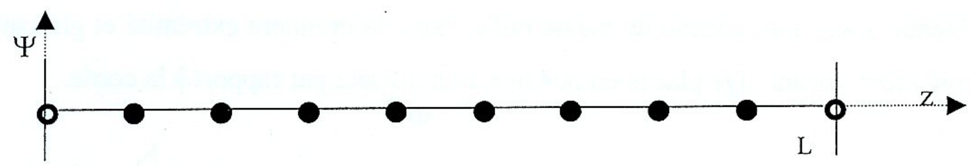
On plombe maintenant la corde de longueur **L** en utilisant 10 masses **m** équidistantes les unes des autres. La relation de dispersion d'une corde plombée est donnée par : $\omega = 2\sqrt{\frac{T}{ma}}\sin\frac{ka}{2}$ où **T** est la tension de la corde à la position d'équilibre et **a** la distance entre deux masses consécutives.

1) Les deux extrémités de la corde sont fixes. Chaque masse est repérée par son indice **n** $(1 \leq n \leq 10)$ et l'abscisse de chacune des masses est donnée par z = na .



Déterminer l'équation $\Psi(n,t)$ exprimant, dans un mode donné, les déplacements transversaux des différentes masses indicées **n** en tenant compte des conditions aux limites. Déterminer la longueur d'onde, la pulsation et la forme du mode de plus basse fréquence et de celui de plus haute fréquence.

2) On change la disposition des masses sur la corde dont on rend les deux extrémités libres. L'abscisse de chaque masse est maintenant donnée par z = (n-1)a avec maintenant une masse à chaque extrémité de la corde et où **a,** distance entre deux masses consécutives, a une valeur différente de la question précédente si on utilise la même corde de longueur **L**. Les masses situées aux extrémités ont même valeur **m** que les autres mais elles sont évidées en leur milieu de façon à pouvoir glisser chacune sans frottement sur une tige placée en position transversale par rapport à la corde.



a) Déterminer l'équation $\Psi(n,t)$ exprimant, dans un mode donné, les déplacements transversaux des différentes masses indicées **n** en tenant compte des conditions aux limites.
b) Exprimer les différents vecteurs d'onde des dix modes en fonction de **a**.
c) Déterminer la longueur d'onde, la pulsation et la forme du mode de plus basse fréquence et de celui de plus haute fréquence.