ESIR 3 - DOMOTIQUE **Mardi 20 Novembre 2012**

Contrôle Continu d'AUTO 3

Durée : 1h15
Document autorisé : une feuille A4 de résumé de cours

Un système linéaire continu (1 entrée, 1 sortie) peut être défini par sa représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + Bu(t) \\ y(t) &= CX(t) + Du(t) \end{aligned}$$

où $X(t)$ représente le vecteur d'état, $u(t)$ l'entrée, $y(t)$ la sortie.

Soit le système linéaire continu causal régi par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 9\frac{dy(t)}{dt} + 14y(t) = k.u(t) + \frac{du(t)}{dt}$$

où $u(t)$ et $y(t)$ représentent respectivement l'entrée et la sortie du système. Les conditions initiales sont nulles. k est un paramètre réel.

1. Ecrire à partir de l'équation différentielle ci-dessus la fonction de transfert en p, $H(p)$, de ce système.
2. Le système est-il stable pour tout k ? Vérifier votre solution à partir des théorèmes de Lyapunov.
3. Déterminer les matrices de la représentation d'état sous forme compagne pour la commande (elles seront notées A, B, C et D). En déduire les matrices de la représentation d'état sous forme compagne pour l'observation : elles seront notées A_o, B_o, C_o et D_o.
4. Le système représenté par les matrices A, B, C et D est-il toujours commandable ? Est-il toujours observable ? Justifier votre réponse.
5. Calculer $\exp(At)$ en utilisant la méthode par diagonalisation.
6. Soit $k=1$. Calculer la sortie du système en réponse à un échelon unité.
7. Soit $k=1$. Calculer à partir des matrices A, B, C et D la réponse impulsionnelle du système. Retrouver le résultat en passant par la transformée de Laplace inverse de $H(p)$.
8. On effectue sur ce système (mis sous forme compagne pour la commande) une commande par retour d'état. Le vecteur de gain de la boucle de retour est le suivant : $[k_1 \quad k_2] = [12 \quad 1]$. Quels sont le coefficient d'amortissement du système et la pulsation propre non amortie ?